www.fundp.ac.be/biostats **Module 190**

190	CRITERES DE CLASSIFICATION MULTIPLES	2
190.1	UTILITE	2
190.2	CRITERES DE CLASSIFICATION DES OBSERVATIONS	2
190.2.1	<i>Indépendance des observations</i>	<i>2</i>
190.2.2	<i>Nombre de critères</i>	<i>3</i>
190.2.3	<i>Nombre de niveaux d'un critère</i>	<i>7</i>
190.2.4	<i>Nature fixe ou aléatoire</i>	<i>7</i>
190.2.5	<i>Conventions de notation</i>	<i>8</i>
190.2.6	<i>Relations entre critères de classification</i>	<i>8</i>
190.2.7	<i>Exemples</i>	<i>12</i>
190.3	MODELES	13
190.3.1	<i>Déterminer le modèle</i>	<i>13</i>
190.3.2	<i>Ecrire le modèle</i>	<i>15</i>

190 Critères de classification multiples

190.1 Utilité

Planification expérimentale et analyse des résultats sont des démarches étroitement liées, conceptuellement, mais bien trop souvent dissociées l'une de l'autre dans la pratique.

Une expérience planifiée pour se calquer à un modèle d'analyse ne se limite pas à plier la créativité expérimentale à des exigences techniques : on se rendra compte rapidement qu'elle répond également à un canevas logique qui seul permettra de tirer des conclusions non ambiguës.

A l'inverse, de nombreuses expériences, exigeant parfois un effort expérimental considérable, n'aboutissent pas à des conclusions décisives, alors qu'une partie des données seulement, récoltées différemment, aurait eu des chances d'aboutir à des résultats probants.

190.2 Critères de classification des observations

190.2.1 Indépendance des observations

Au moment de réaliser des plans, il est essentiel de pouvoir déterminer si les observations attendues seront indépendantes ou non.

Deux observations sont indépendantes si la probabilité d'obtenir une valeur particulière pour une observation n'est pas influencée par la valeur obtenue pour l'autre observation.

Si un écologiste mesure la densité de diatomées du lac Tanganyica¹, pendant la saison sèche et la saison des pluies, deux mesures quelconques ne seront pas toujours indépendantes : toute mesure effectuée pendant la saison des pluies aura, par exemple, une plus grande probabilité d'être faible.

De la même façon, un chimiste qui produit des réactions à la paillasse² n'obtiendra pas des mesures indépendantes d'un jour à l'autre : les

¹ Tanganyica : lac d'Afrique orientale, le deuxième du continent par sa superficie (32.000 km²), qui s'étend sur 650 km entre le Burundi, la Tanzanie, la Zambie et la Rép. dém. du Congo (ex -Zaire). À 774 m d'altitude, il a une profondeur maximale de 1.470 m. Alimenté par plusieurs rivières, dont la Ruzizi (déversoir du lac Kivu), il s'écoule dans le bassin du Congo par la Lukuga. Bujumbura, Kigoma et Kalémié sont les principaux ports de ses rives.

² Paillasse : plan de travail carrelé, à hauteur d'appui, dans un laboratoire

mesures du lundi peuvent être toutes influencées par une température ambiante élevée, celle du vendredi par le fait que les solutions sont périmées etc... ces dépendances " artéfactuelles³ " sont souvent à l'origine de résultats aberrants.

Je me souviens d'un cardiologue qui avait réuni un grand nombre d'observations cliniques qu'il croyait " indépendantes ", dans le but de déterminer les facteurs de survie après une intervention chirurgicale sur infarctus : âge, gravité et localisation de l'infarctus⁴, niveau de consommation de tabac, graisse, alcool... rapidité de l'hospitalisation, etc.. Il est arrivé à la conclusion que le principal facteur de survie était ... l'identité de l'anesthésiste⁵. Les données relatives aux patients traités par différents anesthésistes n'étaient donc pas indépendantes.

190.2.2 Nombre de critères

En général, la dépendance entre les observations est imposée par les besoins de l'expérience : dans tous les cas, elle devra être contrôlée et systématique.

Exemple 1. Un vétérinaire veut étudier l'effet des conditions d'élevage sur le gain en poids des petits cochons. Il élève un lot de 8 animaux sur une litière de paille, et un autre lot de 8 sur du béton nu. Après trois mois, il compare les gains en poids dans les deux groupes. Le tableau qu'il obtient aura la forme générale suivante :

de chimie, de pharmacie, etc. On y travaille à l'air libre et à température ambiante, contrairement aux hottes, chambre climatisée etc...

³ *Artéfact : phénomène d'origine artificielle ou accidentelle, rencontré au cours d'une observation ou d'une expérience.*

⁴ *Infarctus : lésion nécrotique des tissus due à un trouble circulatoire et s'accompagnant le plus souvent d'une infiltration sanguine. (La cause habituelle des infarctus est l'oblitération d'un vaisseau par artérite, par thrombose ou par embolie.)*

⁵ *Qui pratique l'anesthésie : perte plus ou moins complète de la sensibilité générale ou de celle d'une région du corps, produite par une maladie ou par un agent anesthésique.*

Paille	Béton
x(1)1	x(2)1
x(1)2	x(2)2
x(1)3	x(2)3
x(1)4	x(2)4
x(1)5	x(2)5
x(1)6	x(2)6
x(1)7	x(2)7
x(1)8	x(2)8

Tableau 190 -190-1 Schématisation du tableau reprenant le gain en poids de 8 cochons élevés sur paille et 8 sur béton, après 3 mois.

Ces données peuvent être classées en fonction d'un critère : le milieu d'élevage. On dira que les données ont un critère de classification, à deux niveaux. Il y a d'une part les données relatives à l'élevage sur paille (premier niveau du critère), d'autre part celles relatives à l'élevage sur béton (deuxième niveau).

Supposons que chaque valeur expérimentale soit écrite sur une fiche différente, et qu'après l'expérience, toutes les fiches de résultats soient mélangées : pour reconstituer le tableau il sera nécessaire de savoir qu'un résultat se rapporte à l'un ou à l'autre milieu d'élevage. Cette information sera aussi suffisante : à l'intérieur de ces deux groupes les données peuvent être interverties dans n'importe quel ordre sans que l'information recueillie dans l'expérience en soit modifiée : le premier cochon du groupe paille (1)1 n'a aucun lien particulier avec le premier cochon du groupe béton (2)1 (ni avec aucun autre).

Les observations réalisées dans un groupe sont indépendantes entre elles et sont indépendantes des observations réalisées dans l'autre groupe.

Par contre, si je mélange toutes les fiches, sans avoir noté quel résultat se rapporte à paille ou à béton, l'expérience est tout à fait loupée.

Si les observations sont mélangées en un seul groupe, certaines observations ne sont pas indépendantes entre elles, car celles qui sont réalisées sur paille ne sont plus indépendantes entre elles, par rapport à celles qui sont réalisées sur béton.

Comme « milieu » est la seule information nécessaire pour reclasser les fiches, nous dirons qu'il y a un (seul) critère de classification des observations. Ce critère de classification a deux niveaux : paille, béton qui définissent deux populations.

Dans chaque catégorie définie par ces niveaux se trouvent 5 répétitions indépendantes qui constituent un échantillon aléatoire et simple pris dans la population « paille » et un autre dans la population « béton ».

Ces observations indépendantes sont dites « hiérarchisées ⁶ » au critère de classification.

Cette hiérarchisation se traduit dans la notation : au lieu de noter simplement cochon 1, on notera cochon (1)1 et cochon (2)1 pour identifier le premier cochon du premier et le premier cochon du second groupe, respectivement. Cette notation indique clairement qu'il s'agit d'individus différents.

Exemple 2. Un agronome désire comparer le rendement d'une culture de céréales, en fonction de la pulvérisation d'un herbicide. Le rendement pouvant varier d'une parcelle de terrain à l'autre, il délimite 9 parcelles; la moitié de chaque parcelle étant traitée par l'herbicide et l'autre non. Les récoltes sont effectuées séparément sur chaque demi -parcelle et le rendement est déterminé.

Le rendement observé pour la parcelle 1 sans herbicide $x(11)$ n'est pas indépendant du rendement observé pour cette même parcelle, dans la partie traitée $x(21)$. Il s'agit de la même parcelle.

⁶ On peut dire aussi « emboîté », comme si dans une « boîte » étiquetée « paille » se trouvaient, pêle -mêle, les 5 fiches de résultats.

	Herbicide	Herbicide
Parcelle 1	x11	x21
Parcelle 2	x12	x22
Parcelle 3	x13	x23
Parcelle 4	x14	x24
Parcelle 5	x15	x25
Parcelle 6	x16	x26
Parcelle 7	x17	x27
Parcelle 8	x18	x28
Parcelle 9	x19	x29

Tableau 190 -190-2 Schématisation du tableau reprenant le rendement d'une culture de céréales, chaque parcelle étant partiellement traitée et partiellement non traitée par un herbicide.

Il est très important d'associer aux différentes conditions expérimentales la notation adéquate

$X_{(1)1}$ et $X_{(2)1}$ premières observations des groupes 1 et 2, réalisées sur des individus différents (indépendantes).

$X_{(11)}$ et $X_{(21)}$ premières observations des groupes 1 et 2, réalisées sur le même individu (pas indépendantes).

Dans cette expérience on a volontairement introduit cette dépendance pour pouvoir mettre plus facilement en évidence l'effet de l'herbicide, malgré la variabilité des rendements que l'on s'attend à trouver d'une parcelle à l'autre.

Il y a donc ici deux critères de classification des observations : le traitement, à 2 niveaux et les parcelles, à 9 niveaux.

Dans ce tableau, je ne peux intervertir aucun résultat sans modifier l'information recueillie dans l'expérience. Si je mélange les fiches de résultats, deux informations doivent être indiquées sur chaque fiche pour reconstituer le tableau de résultats : le N° de la parcelle, et le traitement – ou non - par l'herbicide. Si l'une de ces informations manque, l'expérience est perdue.

Chaque catégorie d'observations est définie par la combinaison de chacun des niveaux des deux critères de classification : il n'y a pas d'observations indépendantes. Aucune observation n'est donc hiérarchisée aux critères de classification.

Dans la pratique, une expérience conduit facilement à un grand nombre de critères de classification. Il sera important de bien les identifier, par une notation cohérente, d'en préciser leur nature (fixe ou aléatoire), et les relations entre eux (croisées ou hiérarchisées).

Il est également important de limiter le nombre de critères intervenant dans une expérience pour être en mesure d'interpréter les résultats.

190.2.3 Nombre de niveaux d'un critère

Un critère de classification comprend différents niveaux, autant que de catégories d'observations qu'il définit.

Un critère aléatoire comprend autant de niveaux qu'il y a d'observations dans l'échantillon : 10 parcelles = 10 niveaux. Un critère fixe comprend autant de niveaux que l'expérience définit de populations : 4 t°, 5 doses d'alcool, 3 traitements différents etc.

190.2.4 Nature fixe ou aléatoire

Les critères de classification peuvent être de nature fixe ou aléatoire, deux types qui seront considérés très distinctement par la suite.

Le critère fixe est un critère dont les niveaux définissent des catégories contrôlées par l'expérimentateur, reproductibles d'une expérience à l'autre.

Les niveaux d'un critère fixe correspondent à différentes populations, dans lesquelles on veut effectuer une série d'observations aléatoires.

Par exemple, les critères « milieu » (paille, béton) ou « traitement » (herbicide, sans herbicide) sont des critères fixes, à deux niveaux, déterminés par un facteur expérimental.

Les niveaux peuvent également correspondre à des populations préexistantes, par exemple : plusieurs races d'animaux, les deux sexes, différentes régions,...

Le critère aléatoire est un critère dont les niveaux eux-mêmes forment un échantillon aléatoire, pris dans une population de niveaux.

Les parcelles de notre second exemple sont des niveaux d'un critère de classification aléatoire. Ici, le but de l'expérimentateur n'est pas de tirer des conclusions sur l'effet de l'herbicide sur ces parcelles précisément, mais de pouvoir généraliser ses conclusions sur l'usage de l'herbicide à l'ensemble de la population de parcelles, c'est-à-dire à toutes les parcelles qui pourraient être délimitées dans la région.

Une façon de différencier les critères fixes ou aléatoires est de se poser la question suivante : si l'expérimentateur (lui-même, ou un autre) recommence l'expérience, les niveaux du critère auront-ils la même identité? Les niveaux d'un critère fixe auront toujours la même identité : paille - béton, pas d'herbicide - herbicide. Les niveaux d'un critère

aléatoire n'auront jamais la même identité puisque par définition, l'expérimentateur les sélectionne au hasard pour représenter une population (à chaque expérience, ce seront d'autres parcelles).

190.2.5 Conventions de notation

D'une façon générale, on notera :

- un critère fixe de p niveaux par une minuscule :
 $a_1, a_2, a_i, \dots, a_p$ ($i : 1, p$)

- un critère aléatoire de q niveaux par une majuscule :
 $B_1, B_2, B_j, \dots, B_q$ ($j : 1, q$) .

En utilisant les lettres :

$a, b, c, \dots$ pour les critères de classification (maj. ou minuscule)

$i, j, k, \dots$ pour les indices des niveaux de ces critères,

$n_a, n_b, n_c, \dots$ pour le nombre de niveaux de ces critères

n pour désigner le nombre de répétitions indépendantes

une hiérarchisation se note par une paire de parenthèses

$x_{(ij)}$ observation j hiérarchisée au groupe i

190.2.6 Relations entre critères de classification

Deux critères de classification peuvent être croisés ou hiérarchisés.

Supposons une expérience clinique, qui consiste à étudier la pression artérielle d'une série de patients.

Prenons 5 patients au hasard, et mesurons leur pression artérielle. Nous obtenons un échantillon de 5 mesures indépendantes :

	Pression
patient 1	141
patient 2	125
patient 3	118
patient 4	105
patient 5	96

Tableau 190 -190-3 Echantillon de 5 mesures indépendantes.

Comme la pression artérielle fluctue pour un individu, nous décidons de mesurer la pression artérielle, 3 fois pour chaque patient, à des moments quelconques de la journée. Nous obtenons donc 15 observations :

	1	2	3
patient 1	117	107	106
patient 2	131	98	100
patient 3	83	111	117
patient 4	151	101	103
patient 5	116	87	107

Tableau 190 -190-4 Triplicats indépendants pour 5 niveaux d'un critère aléatoire.

Les données patient(1)1 [117] et patient(2)1 [131] ne peuvent pas être interverties : un critère de classification des données a été introduit : le patient.

Ce critère patient est aléatoire (les patients représentent une population de patients, si un autre médecin réalise l'expérience, il prendra d'autres patients), et comprend 5 niveaux.

A1 ... Ai ... A5 i : 1 , p, p = 5 .

Par contre les trois répétitions pour un même patient $x(1)1$, $x(1)2$ et $x(1)3$ [117, 107, 106] sont indépendantes.

La première observation du premier patient [117] n'a donc rien à voir avec la première observation du second. Nous pouvons intervertir les 3 données relatives à un patient sans modifier l'information contenue dans notre expérience : [107, 117, 106], [106, 107, 117].... Ces trois observations sont donc hiérarchisées au patient. C'est pourquoi on les note patient (1)1 , patient (1)2 etc...

Si nous avons fixé un moment particulier de la journée pour effectuer les trois mesures, matin, midi, soir, par exemple, nous aurons introduit une deuxième critère de classification et nous n'aurions pas pu intervertir les données [117, 107, 106]. Mais ce n'est pas le cas ici.

Maintenant intéressons -nous à l'évolution de la pression artérielle dans les jours suivant une opération (jour 1, 2, 3 suivant l'opération) pour 5 patients pris au hasard. Ceci produit 45 observations :

	patient 1	patient 2	patient 3	patient 4	patient 5
jour 1	117	131	83	151	116
	107	98	111	101	87
	106	100	117	103	107
jour 2	87	101	95	109	114
	108	88	117	107	109
	126	93	85	80	78
jour 3	145	85	107	103	134
	87	94	123	71	86
	99	118	109	105	72

Tableau 190 -190-5 Trois répliqués indépendants pour 5 niveaux d'un critère aléatoire et trois niveaux d'un critère fixe. Les deux critères sont croisés.

J'introduis donc un second critère de classification, le temps. Le critère est fixe et comprend 3 niveaux.

b_1, b_j, b_3 $j : 1 \dots 3$.

Les observations sont réalisées pour le premier jour et pour le premier patient, le premier jour et le second patient. La date importe peu : le niveau "premier jour après l'opération" a la même signification pour tous les patients (s'il n'y a pas de critère « caché », cfr l'exemple de l'anesthésiste !).

Le même patient est suivi pendant trois jours. Les critères patient, temps sont croisés.

La combinaison des niveaux des deux critères croisés définissent 15 niveaux.

Ab_{ij} : un certain patient un certain jour
($i = 1,5 ; j = 1,3$)

Les trois observations par patient restent indépendantes. Elles sont hiérarchisées au temps et au patient. Je peux toujours les intervertir, au sein d'une même combinaison de niveaux.

$x_{(ij)k}$: une certaine mesure d'un certain patient un certain jour
($i = 1,5 ; j = 1,3 ; k = 1,3$)

Enfin, je vais étudier l'effet d'un traitement susceptible d'améliorer la récupération de la pression artérielle du patient après l'opération. L'expérience sera donc répétée pour un groupe de 5 patients "contrôles", et 5 patients recevant le traitement.

Traitement 1	patient 1	patient 2	patient 3	patient 4	patient 5
jour 1	117	131	83	151	116
	107	98	111	101	87
	106	100	117	103	107
jour 2	87	101	95	109	114
	108	88	117	107	109
	126	93	85	80	78
jour 3	145	85	107	103	134
	87	94	123	71	86
	99	118	109	105	72

Traitement 2	patient 6	patient 7	patient 8	patient 9	patient 10
jour 1	100	76	91	107	132
	75	113	95	86	88
	111	102	104	104	80
jour 2	110	85	99	136	89
	77	94	114	55	90
	83	81	104	96	85
jour 3	108	108	103	97	101
	97	92	110	83	111
	70	125	102	88	89

Tableau 190 -190-6 Trois réplicats indépendants pour 5 niveaux d'un critère aléatoire et trois niveaux d'un critère fixe. Les deux critères sont croisés. Critère traitement, croisé à jour. Patient hiérarchisé à traitement.

Un troisième critère de classification, est pris en considération. Le traitement est fixe et comprend 2 niveaux.

Le critère traitement est croisé avec le temps.

Il s'agit, dans les deux groupes, du "jour 1 après l'opération". Je ne peux pas intervertir les jours dans un traitement et pas dans l'autre.

Le critère patient est hiérarchisé au traitement.

Ce ne sont pas les mêmes patients qui font partie des deux groupes. Le premier patient du premier traitement (1)1 et le premier patient du second traitement (2)1 sont des individus différents. Au sein d'un même niveau de traitement, les patients peuvent être intervertis sans modifier l'information.

Abc(k)ij un certain patient d'un certain traitement, un certain jour
i : 1,5; j : 1,3; k : 1,2

$x_{(ijk)l}$ une certaine mesure d'un certain patient d'un certain traitement, un certain jour : i : 1 à 5; j : 1 à 3; k : 1 à 2 ; l : 1 à 3.

Deux critères croisés ne sont pas subordonnés l'un à l'autre. Leur rôle est donc interchangeable.

Lorsque deux critères sont croisés, l'expérimentateur choisit les niveaux des deux facteurs indépendamment, puis crée des catégories correspondant à toutes les combinaisons de ces niveaux.

Deux critères hiérarchisés sont subordonnés l'un à l'autre (un est hiérarchisé à l'autre et pas l'inverse, leur rôle n'est donc pas interchangeable). L'expérimentateur fixe d'abord les niveaux du premier critère, puis pour chacun de ces niveaux, il choisit les niveaux du second critère, et cela autant de fois qu'il y a de niveaux au premier critère. (Notez que si le critère "patient" a 5 niveaux, il y a en fait 10 patients dans l'expérience).

Nous considérerons que le nombre de niveaux du critère hiérarchisé doit être constant pour tous les niveaux du critère auquel il est hiérarchisé : pas question de considérer 4 malades dans un groupe et 5 dans l'autre...

Comme dans tout le cours, nous considérons que n , le nombre de répétitions de la mesure dans chaque échantillon est constant.

190.2.7 Exemples

Un test hématologique a été effectué sur 5 adultes normaux et 5 adultes atteints d'une maladie sanguine. A chaque individu, on injecte une quantité fixe d'un produit radioactif et on prélève, à différents temps, un échantillon de sang dont on mesure la radioactivité en cpm.

		temps				
		patient	1'	3'	5'	10'
normaux	1 A	-	-	-	-	-
	2 B	-	-	-	-	-
	3 C	-	-	-	-	-
	4 D	-	-	-	-	-
	5 E	-	-	-	-	-
malades	1 F	-	-	-	-	-
	2 G	-	-	-	-	-
	3 H	-	-	-	-	-
	4 I	-	-	-	-	-
	5 J	-	-	-	-	-

Tableau 190 -190-7 Représentation schématique du tableau de résultats.

temps a_i et état de santé b_j sont fixes et croisés
individu $C_{(j)k}$ est aléatoire, hiérarchisé à état de santé et croisé à temps.

Il s'agit d'un modèle à trois critères de classification, sans répétitions indépendantes [$l = 1$].

Une tumeur est prélevée chez 5 souris soumises à un traitement A. De chaque tumeur, on prélève chaque jour 2 fragments quelconques sur lesquels on dénombre au microscope des cellules particulières pendant 4 jours.

		temps			
		1	2	3	10'
Traitement A	Souris				
	A	-	-	-	-
	B	-	-	-	-
	C	-	-	-	-
	D	-	-	-	-
	E	-	-	-	-
	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-

Tableau 190 -190-8 Schéma du tableau de l'expérience.

Temps fixe a_i est croisé à souris aléatoire B_j ($i = 1,4 ; j = 1,5$)
Modèle à deux critères de classification croisés mixte (un fixe et un aléatoire).
Deux répétitions indépendantes $x_{(ij)k}$, $k = 1,2$.

190.3 Modèles

190.3.1 Déterminer le modèle

Les modèles peuvent s'établir assez simplement dès la définition du protocole expérimental en détectant le nombre de critères, leur nature fixe ou aléatoire, leur relation croisée ou hiérarchisée. Les critères croisés génèrent des interactions, les critères hiérarchisés n'en génèrent pas.

Il est très conseillé de déterminer le modèle et les tests réalisables avant de mettre l'expérience en œuvre.

Exemple : un géologue désire comparer les résultats d'analyse de calcium dans différentes terres réalisés par trois laboratoires. Quatre prélèvements de terre ont été effectués au hasard dans trois régions, Ardenne, Condroz et Hesbaye. Chaque laboratoire a reçu 1/3 de chaque prélèvement sur lequel il a déterminé trois fois la teneur en calcium selon les 2 méthodes (M1 et M2) officiellement reconnues.

Schématiser le protocole expérimental est généralement une démarche fort utile pour bien se représenter le modèle qui y correspond.

Région représente un critère fixe.

Il s'agit de trois régions bien précises, d'autres expérimentateurs peuvent choisir les mêmes régions, les conclusions de l'analyse ne pourraient pas se généraliser à la Campine ou aux Polders...

Prélèvement est aléatoire.

On ne refera jamais le même prélèvement, celui -ci est réalisé au hasard pour représenter la région. Il est hiérarchisé à la région : le prélèvement 1 du Condroz n'est évidemment pas le même que le prélèvement 1 de l'Ardenne.

Laboratoire est fixe.

Il s'agit de trois laboratoires bien précis, d'autres expérimentateurs peuvent choisir les mêmes laboratoires, les conclusions de l'analyse ne pourraient pas se généraliser à d'autres laboratoires. Laboratoire est croisé à prélèvement : c'est le même prélèvement qui est réparti entre les trois laboratoires. Réciproquement, chaque laboratoire reçoit chaque prélèvement. Suivant le même raisonnement, laboratoire est croisé à région.

Méthode est fixe.

Il s'agit de deux méthodes bien précises, d'autres expérimentateurs peuvent choisir les mêmes méthodes, les conclusions de l'analyse ne pourraient pas se généraliser à d'autres méthodes. Méthode est croisée à laboratoire : c'est la même méthode qui est utilisée par les trois laboratoires. Réciproquement, chaque laboratoire applique chacune des deux méthodes. Suivant le même raisonnement, laboratoire est croisé à région et à prélèvement.

Il y a enfin des triplicats aléatoires et indépendants : la mesure est effectuée 3 fois dans des conditions identiques.

Les répétitions indépendantes sont hiérarchisées à tous les critères : $x_{(ijk)}$.

190.3.2 Ecrire le modèle

Rappel des conventions d'écriture : les minuscules représentent des critères fixes, les majuscules des critères aléatoires et les parenthèses indiquent les hiérarchisations.

Niveaux a_i : trois régions fixes $n_a = 3$

Niveaux $B_{(ij)}$: quatre échantillons aléatoires (dans chaque région) $n_B = 4$

Niveaux c_k : trois laboratoires fixes $n_c = 3$

Niveaux d_l : deux méthodes fixes = 2

Réplicats $x_{(ijkl)m}$: $n = 3$

X : concentration en calcium

Il y a 12 prélèvements de terre au total, qui sont chacun divisés en 6 aliquots : 2 pour chaque labo, traités par chacune des méthodes. Prélèvement est donc croisé à laboratoire et à méthode.

Modèle :

$$x_{(ijkl)m} = a_i + B_{(ij)} + c_k + d_l + ac_{ik} + ad_{il} + Bc_{(ij)k} + Bd_{(ij)l} + cd_{kl} + acd_{ikl} + Bcd_{(ij)kl} + E_{(ijkl)m}$$