Eric Depiereux, Benoît DeHertogh, Grégoire Vincke

www.fundp.ac.be/biostats **Module 140**

140 ANOVA à un critère de classification fixe

140.1 Utilité

Dans les années 50, Fisher révolutionna l'analyse des données par son modèle d'ANOVA : ANalysis Of VAriance. Contrairement à ce que le nom laisse supposer, l'objectif de cette analyse est de comparer des moyennes. C'est la technique employée pour atteindre cet objectif qui implique des comparaisons de variances.

Différents modèles, du plus simple exposé ic,i aux plus complexes développés dans les modules suivants, s'adaptent de façon souple, puissante et cohérente à différents plans expérimentaux. Ces modèles sont les plus révélateurs pour distinguer la variabilité explicable par différents facteurs de celle imputable à des effets non explicables ou au hasard.

Plus que de fournir une méthode d'analyse des résultats, la maîtrise des modèles d'ANOVA permet donc d'éviter des erreurs de conception au niveau du plan expérimental.

Faire l'impasse sur ce lien étroit entre la planification de l'expérience et les contraintes de l'analyse des résultats induirait un risque élevé de consacrer une énergie considérable à récolter des données qui s'avéreraient, *in fine*, inexploitables.

140.2 Comparaison de variances

140.2.1 Calcul de la variance

Lorsque la variance de l'échantillon doit représenter celle de la population,

$\sigma^2 = E(S_{n-1}^2)$ avec

$$S_{n-1}^2 = \frac{SCE}{n-1}$$

Cette définition est la seule qui soit utilisée en statistique inférentielle...

140.2.2 Distributions de référence

La distribution du rapport $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ suit une distribution χ^2_{n-1} et le rapport de deux variances suit une distribution de Fisher.

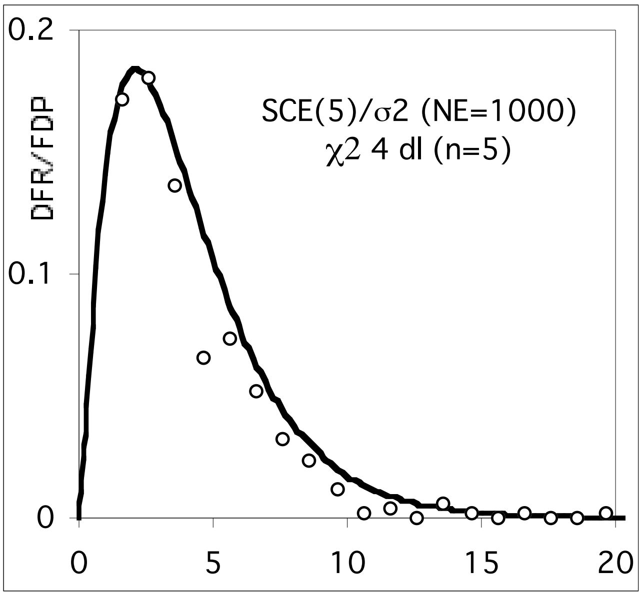


Figure 140-1 Distribution de densité de fréquence relative (DFR) observée du rapport SCE/σ2 calculé sur 1000 échantillons de 5 valeurs, superposée à la fonction de densité de probabilité (FDP) d'un v. a. χ2 avec 4 degrés de liberté.

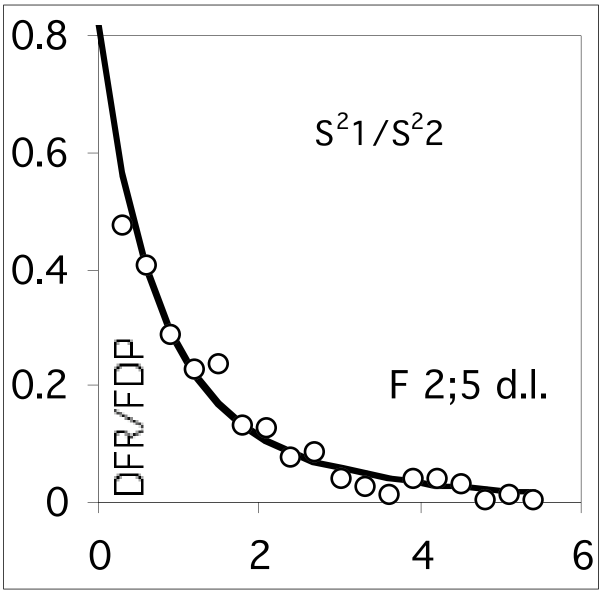


Figure 140-2 Distribution de densité de fréquence relative (DFR) observée du rapport S^2_1/S^2_2, S^2_1 provenant d'un échantillon de 3 valeurs et S^2_2 provenant d'un échantillon de 6 valeurs, superposée à la fonction de densité de probabilité (FDP) d'une v. a. $F_{2;5}$.

Si deux variances S_1^2 et S_2^2 sont calculées sur des échantillons indépendants de taille n_1 et n_2, provenant de populations de même variance σ^2, le rapport S_1^2 / S_2^2 suit une distribution de Fisher avec n_1 –1 et n_2 -1 degrés de liberté.

140.2.3 Tests d'hypothèse

❖ **Test d'une variance**

Supposons que dans un pôle urbain, pour les employés, la variabilité du temps de navette pour se rendre au travail et pour en revenir ait été déterminée par une large enquête en 2005 (σ^2 = 40 min^2). Un rapide coup de sonde sur 5 employés en 2007, après la mise en place d'un nouveau RER donne une variance S^2 = 128 min^2. La variance est -elle assez différente de la valeur théorique 40 que pour invalider Ho :

Ho : la variance du temps de navette = 40
H1 : la variance du temps de navette >40
H2 : la variance du temps de navette <40

Le test bidirectionnel se justifie par le fait que l'enquêteur n'a pas d'idée a priori du sens de l'évolution éventuelle de la variance. Imaginons que cet enquêteur teste uniquement H1 au seuil α 5%. Imaginons qu'un autre enquêteur ait obtenu une variance observée de 28 et qu'il teste uniquement H2 au seuil α 5%. En supposant que la variance réelle soit effectivement 40 et qu'un grand nombre d'enquêteurs agissent de la sorte, 5% d'entre eux se tromperont en rejetant H1 et 5% d'entre eux se tromperont en rejetant H2. Il y aura donc 10% d'erreur. Pour garantir une erreur globale de 5% il faut dès lors tester H1 ou H2 au seuil 2,5%.

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \chi^2_{n-1}$$ **Équation 140-1**

$$\frac{4 \times 128}{40} = 12.8 = \chi^2_4$$

Il y a 5 observations dans l'échantillon : χ^2 a donc 4 degrés de liberté. Au seuil α 5%, étant donné que l'on pose 2 hypothèses alternatives, la valeur de référence au seuil 1-α/2 $\chi^2_{4;0,975}$ est 11,1.

La valeur observée dans l'échantillon atteint 12,8, ce qui permet d'invalider le modèle. La variabilité du temps de navette apparaît donc plus grande en 2007 (Rho, risque d'erreur α < 0,05). Pour autant que les navetteurs soient bien représentatifs de la population définie lors de l'enquête de 2005, la faible taille de l'échantillon n'invalide pas les résultats. La faible puissance d'un test n'est un handicap que lorsque l'on accepte Ho.

Au seuil α 1%, la valeur de référence est 14,9. Il n'est donc pas possible de rejeter Ho avec moins de 1% de risque de se tromper.

❖ **Comparaison de plusieurs variances**

Dans tout le cours, nous envisageons uniquement le cas d'échantillons de même taille. Vous trouverez dans le livre de P. Dagnelie des techniques relatives à la comparaison de variances d'échantillons de taille différente (test de F pour deux variances et de Bartlett pour plus de deux variances).

Un géologue mesure la concentration en nitrates dans 4 types de sols : grès, argiles, sables, limons. Il observe pour 6 prélèvements de chaque type de sol les variances suivantes : 23,2 ; 34,6 ; 13,2 ; 7,3. Il se demande si la variabilité de sa mesure est la même dans ces différents types de sols.

Hartley a tabulé les valeurs du rapport S^2max/S^2min, dans une table spécifique à la comparaison de 2 variances et plus, calculées sur des échantillons de même taille. Les degrés de liberté de H sont : la taille des échantillons sur lesquels elles sont estimées (n -1) et le nombre de variances comparées (n_a).

$$\frac{S^2_{\max}}{S^2_{\min}} = H_{n-1;na}$$

Équation 140-2

$$\frac{34.6}{7.3} = 4.73 = H_{5;4}$$

P = 0.95	d.l.	na		
n	n -1	2	3	4
3	2	39,0	87,5	142
4	3	15,40	27,80	39,20
5	4	9,60	15,50	20,60
6	5	7,15	10380	$\boxed{13,70}$

Tableau 140-1 Extrait de la table d'Hartley pour α=0.05.La valeur $H_{5;4;0.95}$ est encadrée.

La valeur atteinte par le rapport des variances extrêmes (4,73), ne dépasse pas $H_{5;4;0,95}$ (13,70) et ne permet pas d'invalider le modèle d'égalité des variances. L'égalité des variances peut être assumée jusqu'à preuve du contraire (Aho, risque d'erreur β inconnu).

En général, l'expérimentateur attend de ce test une acceptation d'Ho, car l'homogénéité des variances est un préliminaire à la comparaison des moyennes. Mais l'acceptation de Ho est assortie d'un risque d'erreur inconnu, et de plus, le test d'Hartley n'est pas très puissant, et sensible à la non -normalité des variables.
On peut donc se demander comment il sera possible de valider l'analyse des moyennes, avec comme préliminaire un test de comparaison de variances qui n'a pas beaucoup de qualités.

Pour l'interprétation des résultats, retenons que si le test de comparaison de variances n'est pas significatif, les variances – dont on n'a pas prouvé l'égalité (Aho) - ne sont probablement pas dramatiquement différentes, et le test de moyennes qui sera basé sur l'hypothèse d'égalité des variances ne sera pas dramatiquement invalidé par une éventuelle inégalité non détectée.

140.3 Comparaisons de moyennes (ANOVA1 fixe)

140.3.1 Comparaison de deux moyennes

La littérature utilise abondamment le test de t de Student permettant de comparer les moyennes de deux échantillons indépendants. Victime de sa popularité, ce test est également l'un des plus violés dans ses conditions d'application, qui sont très strictes.

Dans les années 50, Fisher révolutionna l'analyse des données par son modèle d'ANOVA, et a posteriori on peut considérer le test de t de Student comme un cas particulier de l'ANOVA I fixe à deux niveaux.

Le lecteur curieux pourra d'ailleurs expérimenter que la valeur de la statistique F calculée dans le test de Fisher est dans ce cas particulier très exactement le carré de la valeur t obtenue dans un test de Student.

C'est donc volontairement que nous avons renoncé à développer ici ce test que nous considérons comme un cul-de-sac évolutif, bien qu'en un demi-siècle il n'ait pas encore été supplanté .

En pratique, nous vous conseillons d'appliquer le modèle décrit ci-dessous y inclus dans le cas où vous disposez de deux échantillons. Pour l'interprétation des tests de Student rencontrés dans la littérature, soyez d'abord attentif au fait que les conditions soient respectées (un seul critère de classification, observations indépendantes, variances homogènes, invalidité des tests multiples, test bidirectionnels ou unidirectionnels a priori) puis interprétez les résultats en terme d'erreur α et β, comme ceux d'une ANOVA I.

140.3.2 Concept de l'ANOVA

Un modèle détermine les sources de variabilité dans les écarts entre chaque observation de l'expérience $X_{(i)j}$ et la moyenne générale μ de toutes les populations impliquées dans l'étude considérée.

Le modèle le plus simple est celui qui ne prend en compte que la variabilité résiduelle :

$$X_{(i)j} = \mu + E_{(i)j}$$

Expression dans laquelle μ est un paramètre constant et $E_{(i)j}$ une v.a. $N(0, \sigma^2)$

> *Imaginons une table de joueurs de poker. μ représente la moyenne de l'argent dont les joueurs disposent. Même si l'argent change de main, tant qu'aucun joueur ne rentre ni ne sort, μ est un paramètre constant. Chaque joueur va perdre –disons aléatoirement - ou gagner de l'argent. Le montant gagné ou perdu est représenté par $E_{(i)j}$. Dans cet exemple, il n'y a qu'une table. i = 1 et ne varie pas. S'il y a 4 joueurs (n = 4), j varie*

de 1 à 4. Tout l'argent restant en jeu, la somme – et donc la moyenne – des pertes et des gains vaut nécessairement 0.

Dans cet exemple, le fait que la distribution de $E_{(i)j}$ soit normale est discutable, mais le non respect de cette condition, dans des limites raisonnables, ne perturbera pas trop l'inférence réalisée plus tard.

Le premier niveau de complexité du modèle apparaît lorsqu'un facteur est pris en considération pour expliquer une partie de la variabilité de $X_{(i)j}$:

$X_{(i)j} = \mu + a_i + E_{(i)j}$

Expression dans laquelle ai représentent des constantes dont la somme est nulle, pour autant que le nombre d'observations n (j = 1,n) soit le même dans chaque groupe i (ce qui est le postulat simplificateur dans tout ce cours).

Imaginons une grand -mère qui invite ses 12 petits enfants et leur offre à chacun 30 euros.

$\mu = 30$

A l'insu de la grand -mère, les 4 grands « rackettent » les 4 petits de 10 euros. Le groupe initial s'est donc divisé en 3 sous -groupes par le facteur « racket » :

Les grands : a1 = +10 et $\mu 1 = 40$
Les moyens : a2 = 0 et $\mu 2 = 30$
Les petits : a3 = -10 et $\mu 3 = 20$

Ensuite, chaque groupe forme une table de poker.

Pour satisfaire les conditions de l'inférence qui se basera sur ce modèle, imaginons que la distribution des gains et pertes soit aléatoire, de distribution (à peu près) normale mais <u>surtout</u> que leur variance soit la même dans chaque groupe. L'inégalité de variance est la plus susceptible d'invalider l'inférence.

Imaginons qu'à la fin de la partie, la situation soit la suivante :

	racket	poker	solde
petits	-10	2,8	22,8
	-10	-1,7	18,3
	-10	3,1	23,1
	-10	-4,2	15,8
Moyenne	-10	0,0	20,0
moyens	0	4,3	34,3
	0	1,0	31,0
	0	-0,7	29,3
	0	-4,6	25,4
Moyenne	0	0,0	30,0
grands	10	2,8	42,8
	10	-0,6	39,4
	10	-2,5	37,5
	10	0,3	40,3
Moyenne	10	0,0	40,0

Tableau 140-2 Facteurs de variabilité du pécule final (solde) des enfants après racket (fixe) et jeu de poker (aléatoire).

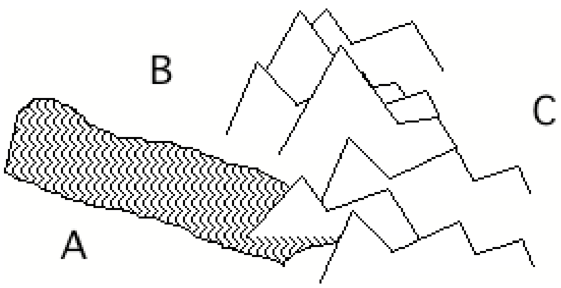
La somme finale de chaque enfant est modélisée par l'équation :

$X_{(i)j} = \mu + a_i + E_{(i)j}$

22,8 = 30 –10 +2,8

140.3.3 Modèle

Dix albatros sont capturés dans trois régions séparées par un bras de mer et par une chaîne de montagnes. Leur envergure est mesurée en mm. Peut -on penser que ces barrières géographiques ont créé un mécanisme d'isolement?



Dans cette situation expérimentale, nous avons trois groupes de mesures : celles relatives aux régions A, B, C, respectivement. C'est le critère de classification des observations : si les mesures concernant les albatros de la région A sont mises dans une enveloppe, elles peuvent y *être mélangées sans dénaturer le tableau de résultats. Peu importe que par la suite, la mesure du 4° albatros se retrouve en 1° position dans le tableau.*

Manifestement, ces régions n'ont pas été prises au hasard. Il s'agit d'étudier l'isolement des populations d'albatros par un bras de mer précis et une chaîne de montagnes précise. Si l'on recommence l'expérience, on reprendra bien les mêmes régions.

Le modèle peut donc s'écrire :

$X_{(i)j} = \mu + a_i + E_{(i)j}$

expression dans laquelle $X_{(i)j}$ représente l'envergure de l'albatros j (j = 1,n) de la région i (i = 1,n_a), avec n = 10 et n_a = 3 ;

μ représente la moyenne générale de l'envergure pour l'ensemble des albatros

a_i représente une constante caractéristique de la région i, telle que $\mu_i = \mu + a_i$ représente la moyenne de l'envergure pour les albatros de la région i.

$E_{(i)j}$ représente l'écart à la moyenne de l'albatros j de la région i.

a_i sont des constantes de somme nulle lorsque le nombre d'observations est le même dans chaque groupe (il s'agit du « racket » dans l'exemple de la grand -mère).

$E_{(i)j}$ est une variable aléatoire normale de moyenne 0 et de variance σ^2 égale dans chaque région (il s'agit des gains et pertes au poker dans l'exemple de la grand -mère).

140.3.4 Hypothèses

L'expérimentateur a l'idée de montrer que certaines barrières naturelles peuvent être responsables dans l'isolement génétique qui se traduit par des différences morphologiques. S'il a raison, $\mu_i \neq \mu$ au moins dans certaines régions. Dans ce cas les constantes a_i du modèle sont des inconnues non nulles.

Appelons δ^2_i la dispersion des a_i :

$$\delta_i^2 = \sum_{i=1}^{n_a} a_i^2$$ **Équation 140-3**

la notation diffère de celle de la variance car les a_i sont des constantes et non une v.a.

H_1 : si les barrières géographiques ont engendré des différences morphologiques, les constantes a_i ne sont pas nulles :

Modèle H_1 : $X_{(i)j} = \mu + a_i + E_{(i)j}$ Équation 140-4

Ho si les barrières géographiques n'ont pas engendré de différences morphologiques, les constantes a_i sont nulles et le modèle se simplifie :

Modèle Ho : $X_{(i)j} = \mu + E_{(i)j}$ Équation 140-5

Sous Ho : $\sigma^2_i = \sigma^2$ les hypothèses peuvent également s'écrire :

Ho : $\delta^2_a = 0$
H_1 : $\delta^2_a > 0$

Soit, en termes de moyennes :

Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$
H_1 : $\mu_1 > \mu_2 = \mu_3$
H_2 : $\mu_1 < \mu_2 = \mu_3$
H_3 : $\mu_1 = \mu_2 > \mu_3$
H_4 : $\mu_1 = \mu_2 < \mu_3$

etc, etc….

140.3.5 Equation

L'équation des sommes de carrés d'écarts calculées sur les observations $X_{(i)j}$, les moyennes par régions Mx_i et la moyenne générale Mx est la suivante :

SCET = SCEF + SCER

Avec :

$$SCET = \sum_{i=1}^{na}\sum_{j=1}^{n}(X(i)j - Mx)^2$$

$$SCEF = \sum_{i=1}^{na}\sum_{j=1}^{n}(Mx_i - Mx)^2 = n\sum_{i=1}^{na}(Mx_i - Mx)^2$$

$$SCER = \sum_{i=1}^{na}\sum_{j=1}^{n}(X(i)j - Mx_i)^2$$

140.3.6 Carrés moyens

Un carré moyen est une variance, calculée par le rapport entre une SCE et ses degrés de liberté.
SCET a N -1 degrès de liberté, mais le carré moyen total n'est pas défini, car les valeurs $X_{(i)j}$ qui la composent ne sont pas indépendantes.

SCEF est calculée à partir de n_a moyennes indépendantes et a donc n_a -1 degrés de liberté.

$$CMF = \frac{SCEF}{n_a - 1}$$

SCER est calculée à partir de n_a groupes de n valeurs indépendantes. Elle a donc n_a (n -1) degrés de liberté.

$$CMR = \frac{SCER}{n_a(n-1)}$$

140.3.7 Valeurs attendues

Sous les conditions du modèle (indépendance des observations et égalité des variances à l'intérieur de chaque niveau, normalité de $E_{(i)j)}$)

$E(CMR) = \sigma^2$
$E(CMF) = \sigma^2 + \delta^2_a /(n_a -1)$

Ceci permet d'écrire les hypothèses d'une autre façon :

Après acceptation de Ho : $\sigma^2_i = \sigma^2$

Ho : $\delta^2_a = 0$
H_1 : $\delta^2_a > 0$

Ou :

Ho : $E(CMF) = E(CMR) = \sigma^2$
H_1 : $E(CMF) > E(CMR)$

Ou :

Ho : $E(CMF / CMR) = 1$
H_1 : $E(CMF / CMR) > 1$

Sous Ho, le rapport des deux variances CMF / CMR est une v.a. F avec n_a -1 d.l. au numérateur et $n_a(n-1)$ d.l. au dénominateur.

On peut donc tester si $\delta^2_a > 0$ par un test de comparaison des deux variances observées :

Si $\delta^2_a > 0$ CMF/CMR doit être significativement plus grand que 1.

140.3.8 Test global

Soient les résultats suivants :

A	B	C
60,70	52,69	62,02
51,13	62,97	49,94
55,24	44,47	49,76
49,54	52,01	47,45
57,97	52,27	52,24
55,73	56,37	40,67
56,67	56,14	50,55
56,01	59,21	51,54
51,66	59,98	52,82
54,96	57,46	60,71

Tableau 140-3 Mesure de l'envergure de 10 albatros dans trois régions fixes A,B,C.

	Moyennes	Variances
A	54,96	11,3
B	55,36	27,41
C	51,77	37,45
Générale	54,03	25,39

Tableau 140-4 Moyennes et variances des mesures d'envergure d'albatros.

Premier test :

Ho : homogénéité des variances $\sigma^2 i$

$$H_{9;3} = \frac{37.45}{11.3} = 3.31$$

$$H_{9;3;0.95} = 5.34$$

Il y a acceptation de Ho (risque d'erreur de probabilité β, inconnue). L'expérimentateur n'a pas mis en évidence d'hétérogénéité de variance.

Second test :

Ho : E(CMF)/E(CMR) = 1

	SCE	d.l.	Carré Moyen	F	p
Totale	762,8	29			
Factorielle	77,3	2	38,6	1,52	0,24
Résiduelle	685,5	27	25,4		

Tableau 140-5 Calcul de SCE, CM et F = CMF/CMR. P représente la probabilité d'observer F dans une distribution de $F_{2;27}$.

Le rapport 1,52 a une probabilité 0,24 d'être observé si Ho est vraie. Cette probabilité est supérieure à α = 5% et Ho est valide, jusqu'à preuve du contraire. Il faut considérer que les différences observées entre les moyennes par région sont imputables à la variabilité entre individus (probabilité d'erreur β inconnue).

> *Une autre façon de lire le résultat du test est de comparer la valeur F_{obs} à la valeur $F_{1-\alpha}$ dans les tables. $F_{2;27;0,95}$ = 3,35 > 1,52 = > AHo*

Second exemple :

	Moyenne	Variance	n
A	57,98	33,49	10
B	57,73	42,37	10
C	50,19	73,81	10
Générale	55,3	49,89	30

Tableau 140-6 Moyennes et variances de 10 mesures d'envergure d'albatros.

Premier test :

Ho : homogénéité des variances $\sigma^2 i$

$$H_{9;3} = \frac{73.81}{33.49} = 2.20$$

$$H_{9;3;0.95} = 5.34$$

Il y a acceptation de Ho (risque d'erreur de probabilité β, inconnue).
L'expérimentateur n'a pas mis en évidence d'hétérogénéité de variance.

Second test :

Ho : E(CMF)/E(CMR) = 1

	SCE	d.l.	Carré Moyen	F	p
Totale	1739,2	29			
Factorielle	392,2	2	196,1	3,93	0,03
Résiduelle	1346,9	27	49,9		

Tableau 140-7 Calcul de SCE, CM et F = CMF/CMR. P représente la probabilité d'observer F dans une distribution de F2;27.

Le rapport 3,93 a une probabilité 0,03 d'être observé si Ho est vraie. Cette probabilité est inférieure à α = 5% et Ho est invalide. Il faut considérer que les différences observées entre les moyennes par région sont imputables à une différence entre les régions (probabilité d'erreur α < 0,05).

Remarques :

1. *La valeur P=0,03 est calculée dans la plupart des logiciels par intégration numérique de la fonction de densité de probabilité de Fisher. En l'absence de cette facilité de calcul, une autre façon de réaliser le test est de comparer dans les tables la valeur F_{obs} à la valeur $F_{1-\alpha}$.*
   Ici, $F_{2;27;0.95} = 3,35 < 3,93$ = > RHo
   Il faut dès lors également comparer la F_{obs} à la valeur $F_{1-\alpha}$. Pour un seuil plus petit.
   Ici, $F_{2;27;0.99} = 5,45 > 3,93$ = > AHo
   La probabilité d'erreur est donc comprise entre 5% et 1%.

2. *Remarquons que le calcul du test peut être réalisé à partir de la table des moyennes et variances, sans disposer des valeurs individuelles.*

140.3.9 Suite de l'analyse

Le fait d'avoir conclu que toutes les moyennes ne sont pas égales ne permet pas d'établir qu'elles soient toutes différentes.

RHo permet plusieurs combinaisons d'inégalités :

$H_1 : \mu_1 < \mu_2 = \mu_3$

$H_2 : \mu_1 = \mu_2 < \mu_3$

$H_3 : \mu_1 = \mu_3 > \mu_2$

$H_4 : \mu_1 < \mu_2 < \mu_3$

etc, etc… d'autant plus nombreuses que le nombre de moyennes à comparer est grand.

Le critère fixe de l'ANOVA peut être ordonné ou non ordonné, et la suite à réserver à l'analyse en dépendra.

❖ Critère fixe non ordonné

Lorsque les niveaux du critère sont déterminés par une variable qualitative (ex : salarié, indépendant, ouvrier) les questions se posent en termes de comparaison de moyennes 2 à 2 ou de groupes de moyennes entre elles. Par exemple dans l'étude de l'envergure des albatros dans des régions géographiques différentes, on sera intéressé par le regroupement des régions qui se trouvent de part et d'autres de la chaîne de montagnes, puis par la comparaison des deux régions se trouvant de part et d'autre du bras de mer.

Si le test de l'ANOVA I est significatif suite de l'analyse est réalisée par des contrastes.

Attention cependant, plusieurs méthodes de contrastes sont moins puissantes que l'ANOVA. Il n'est donc pas rare que l'ANOVA I soit significative, et que les contrastes qui en découlent le se soient pas.

❖ Critère fixe ordonné

Lorsque les niveaux du critère sont déterminés par la valeur d'une variable quantitative, par exemple 3 niveaux de température (15°C, 20°C, 25°C) ou 5 temps (0, 5, 10, 15, 20 min) etc… les questions se posent en termes de régression de la variable mesurée dans l'expérience et ce facteur quantitatif. Le poids du poisson varie-t-il (linéairement ou non linéairement) en fonction de la température du bassin ? La vitesse de réaction de l'enzyme varie-t-elle (linéairement ou non linéairement) en fonction du temps d'incubation etc…

La suite de l'analyse est réalisée par un modèle de régression.

Attention cependant, lorsque le critère fixe est ordonné, l'analyse de régression linéaire est nettement plus puissante car parmi toutes les hypothèses alternatives on en testera seulement deux :

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 < \mu_3$$
$$H_2 : \mu_1 > \mu_2 > \mu_3$$

Il n'est donc pas rare que l'ANOVA I soit non significative, alors que l'analyse de régression qui en découle l'est.